Espectro complementario de un grafo

La teoría espectral de grafos asocia a cada grafo G una familia de matrices y estudia un invariante en particular: su espectro. Si bien el espectro de un grafo describe muchas de sus propiedades estructurales, es sabido que existen familias de grafos coespectrales no isomorfos. Tenemos entonces que el espectro no permite caracterizar los grafos en general, al menos para las familias de matrices conocidas.

El conjunto de valores propios complementarios de una matriz A se define como aquellos $\lambda \in \mathbb{R}$ tales que existe $x \in \mathbb{R}^n$ no nulo y no negativo que verifica

$$Ax \geq \lambda x \text{ y } \langle Ax - \lambda x, x \rangle = 0.$$

Este conjunto, que denominaremos *espectro complementario*, es invariante en la familia de matrices de adyacencia de un grafo y para grafos conexos puede interpretarse como el conjunto de radios espectrales de los subgrafos inducidos de G [1].

En [1] Fernandes, Judice y Trevisan estudian los valores propios complementarios para familias de matrices asociadas a un grafo entre las cuales se encuentra la familia de matrices adyacencia. Posteriormente, en [2] Seeger propone representar los grafos mediante su espectro complementario. Al día de hoy, no se conocen ejemplos de grafos conexos no isomorfos que posean el mismo espectro complementario, más aún, se sabe que ciertos grafos quedan caracterizados a partir de este conjunto.

La idea de la charla será comentar algunos de los resultados obtenidos hasta el momento por Seeger, Fernándes, Judice y Trevisan en [1] y [2], y luego contarles algunas ideas para abordar el problema de caracterizar los grafos mediante su espectro complementario.

[1] R. Fernandes, J. Judice, V. Trevisan, Complementarity eigenvalues of graphs, Linear Algebra Appl. 527 (2017) 216-231.

[2] A. Seeger, Complementarity eigenvalue analysis of connected graphs, Linear Algebra Appl. 543 (2018) 205-225.